

# **МОДИФИКАЦИЯ СТРУКТУРЫ ПИ-РЕГУЛЯТОРА, ОБЕСПЕЧИВАЮЩАЯ ЛУЧШИЕ КАЧЕСТВА ПРОЦЕССА**

**Страшинин Е.Э., Урусова Е.В.**

*Кафедра автоматика, ИРИТ – РТФ, УрФУ*

Статья посвящена проблематике построения классических ПИ – регуляторов и нахождению решения улучшения качества процесса путем модификации его структуры. В статье производится сравнение двух вариантов модификации структурных схем ПИ – регулятора на примере линейного объекта первого порядка. Приведено доказательство непосредственного влияния расположения пропорциональной составляющей на качество процессов, происходящих в системе.

Приводится небольшой расчет, показывающий эффект дифференцирования, возникающий при использовании схемы классического ПИ – регулятора.

Приводятся графики сравнивающие качество процесса в обеих модификациях ПИ – регуляторов. Графики получены в результате моделирование в пакете программ Matlab.

По результатам расчетов и моделирования системы в пакете программ Matlab делается вывод, что качество процесса в классическом ПИ – регуляторе значительно хуже, нежели в его измененной схеме.

Ключевые слова: ПИ – регулятор, ПИД – регулятор, перерегулирование, модификация структуры.

## **STRUCTURE MODIFICATION OF THE PI-REGULATOR , PROVIDING THE BEST QUALITY OF THE PROCESS.**

**Strashinin E.E. Urusova E.V.**

The article is about the construction of the classical PI - regulators and finding solutions to improve the quality of the process by modifying its structure. The article compares two versions of the structural modification schemes PI - controller as an example of a linear object of the first order. Give a proof of direct influence of the location component proportional to the quality of the processes occurring in the system.

Given a small settlement, showing the effect of differentiation that occurs when using the scheme of classical PI - regulator. Provides graphs comparing the quality of the process in both versions PI - regulators. Graphics obtained through modeling software package Matlab.

According to the results of calculations and simulation systems in the software package Matlab concludes that the quality of the process in a classic PI - regulator is significantly worse than in its schema changes.

ПИ-регулятор является одним из наиболее универсальных регуляторов. Фактически ПИ-регулятор – это П-регулятор с дополнительной интегральной составляющей. И-составляющая, дополняющая алгоритм, в первую очередь нужна для устранения статической ошибки, которая характерна для пропорционального регулятора.

Недостатком ПИ-регулятора является необходимость настраивать не один, а два параметра – постоянную времени интегратора и коэффициент усиления контура регулирования.

В подавляющем большинстве случаев ПИ-регуляторы настраиваются интуитивно, “на глаз”. Наиболее популярный метод Цинглера – Никольса не всегда пригоден для объектов, в которых допускаемая ошибка не должна превышать даже 1%. Наибольшим недостатком

этого метода является непрогнозируемое (и, как правило, очень высокое), перерегулирование при переходе системы из одного состояния в другое. Как раз в таких случаях перенос  $k_p$  прямой цепи в обратную связь решает проблему большого перерегулирования и приводит к снижению статической ошибки до нуля.

Продemonстрируем это на расчетах, а для большей наглядности промоделируем оба варианта построения ПИ-регулятора с помощью пакета Simulink программы Matlab.

В качестве объекта управления было выбрано апериодическое звено первого порядка. Обозначения, принятые на схемах:

$$L1 = k_p$$

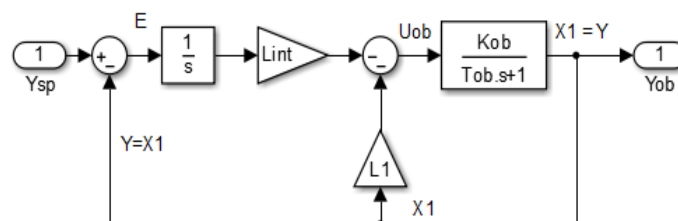
$$Lint = \frac{1}{T_u}$$

$Kob = 2$  – коэффициент передачи объекта

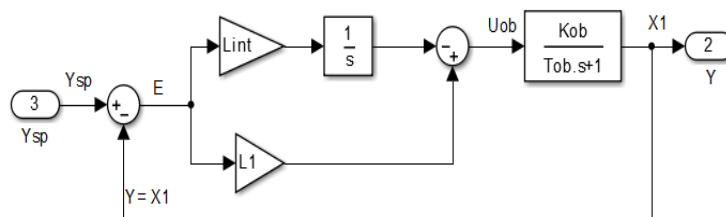
$Tob = 1$  – постоянная времени объекта

Параметры  $k_p$  и  $\frac{1}{T_u}$  были рассчитаны на основе модального синтеза.

На рис.1 представлен вариант ПИ-регулятора с  $k_p = L_1$  в составе обратной связи. На рис.2. представлен вариант ПИ-регулятора с  $k_p = L_1$  в составе ошибки.



**Рис. 1. Вариант ПИ – регулятора с  $k_p = L_1$  в составе обратной связи**



**Рис. 2. Вариант ПИ – регулятора с  $k_p = L_1$  в составе ошибки.**

Передаточная функция системы представленной на рис.1.:

$$W^A(p) = \frac{-l_{\text{int}} K_{\text{ob}}}{T_{\text{ob}} p^2 + (1 + l_1 K_{\text{ob}}) p + (l_1) K_{\text{ob}}} = \frac{1}{\frac{T_{\text{ob}}}{-l_{\text{int}} K_{\text{ob}}} p^2 + \frac{(1 + l_1 K_{\text{ob}})}{-l_{\text{int}} K_{\text{ob}}} p + 1} =$$

$$= \frac{1}{T_{\text{э}}^2 p^2 + 2\zeta_{\text{э}} T_{\text{э}} p + 1} = \frac{\omega_{\text{э}}^2}{p^2 + \sqrt{2}\omega_{\text{э}} p + \omega_{\text{э}}^2}$$

Где  $\zeta_{\text{э}}$  и  $T_{\text{э}}$  - эталонные желаемые значения параметров, реализуемые в модальном синтезе (модальный синтез проводился на основе свойств колебательного звена).

Принимаем  $\zeta_{\text{э}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow W^A(p) = \frac{1}{T_{\text{э}}^2 p^2 + \sqrt{2} T_{\text{э}} p + 1}$ .

Характеристическое уравнение системы:

$$T_{\text{э}}^2 p^2 + \sqrt{2} T_{\text{э}} p + 1 = 0 \quad \text{или} \quad p^2 + \sqrt{2}\omega_{\text{э}} p + \omega_{\text{э}}^2, \quad \text{где} \quad \omega_{\text{э}} = \frac{1}{T_{\text{э}}} \Rightarrow$$

$$p_{1,2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \omega_{\text{э}} \pm \sqrt{\frac{2}{4} \omega_{\text{э}}^2 - \omega_{\text{э}}^2} = \frac{\omega_{\text{э}}}{\sqrt{2}} (-1 \pm j1) = \omega_{\text{э}} e^{\pm j\frac{3}{4}\pi}$$

Передаточная функция системы представленной на рис.2.:

$$W^B(p) = \frac{1 + \frac{l_1}{l_{\text{int}}} p}{\frac{T_{\text{ob}}}{-l_{\text{int}} K_{\text{ob}}} p^2 + \frac{(1 + l_1 K_{\text{ob}})}{-l_{\text{int}} K_{\text{ob}}} p + 1} = W^A(p) + \frac{-\frac{l_1}{l_{\text{int}}} p}{T_{\text{э}}^2 p^2 + \sqrt{2} T_{\text{э}} p + 1} \quad (2)$$

Учитывая, что  $H^A(t) = W^A(p) \frac{1}{p} = \frac{1}{(T_{\text{э}}^2 p^2 + \sqrt{2} T_{\text{э}} p + 1)p}$ , получим  $p_{1,2} = \omega_{\text{э}} e^{\pm j\frac{3}{4}\pi}$ ,  $p_3 = 0$

Известно, что  $h^A(t) = \sum_{v=1}^3 C_v e^{p_v t}$ , где  $C_v = \frac{R(p_v)}{T_{\text{э}}^2 \prod_{\substack{q=1 \\ q \neq v}}^3 (p_q - p_v)}$  (3)

Получаем:

$$C_1 = \frac{1}{T_{\text{э}}^2 (p_1 - p_2)(p_1 - p_3)} = \frac{\omega_{\text{э}}^2}{j\sqrt{2}\omega_{\text{э}} * \omega_{\text{э}} e^{j\frac{3}{4}\pi}} = \frac{e^{-j\frac{3}{4}\pi}}{j\sqrt{2}}$$

$$C_2 = \frac{1}{T_{\text{э}}^2 (p_2 - p_1)(p_2 - p_3)} = \frac{\omega_{\text{э}}^2}{-j\sqrt{2}\omega_{\text{э}} * \omega_{\text{э}} e^{-j\frac{3}{4}\pi}} = -\frac{e^{j\frac{3}{4}\pi}}{j\sqrt{2}}$$

$$C_3 = \frac{1}{T_{\text{э}}^2 (p_3 - p_1)(p_3 - p_2)} = \frac{\omega_{\text{э}}^2}{p_1 p_2} = \frac{\omega_{\text{э}}^2}{\omega_{\text{э}} e^{j\frac{3}{4}\pi} * \omega_{\text{э}} e^{-j\frac{3}{4}\pi}} = 1$$

$$h^A(t) = -\frac{e^{-j\frac{\pi}{4}}}{j\sqrt{2}} * e^{(-\frac{\omega_2}{\sqrt{2}} + j\frac{\omega_2}{\sqrt{2}})t} + \frac{e^{j\frac{\pi}{4}}}{j\sqrt{2}} * e^{(-\frac{\omega_2}{\sqrt{2}} - j\frac{\omega_2}{\sqrt{2}})t} + 1 = 1 - e^{-\frac{\omega_2}{\sqrt{2}}t} * \frac{e^{j(\frac{\omega_2}{\sqrt{2}}t + \frac{\pi}{4})} - e^{-j(\frac{\omega_2}{\sqrt{2}}t - \frac{\pi}{4})}}{2j} \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow h^A(t) = 1 - \sqrt{2}e^{-\frac{\omega_2}{\sqrt{2}}t} * \sin(\frac{\omega_2}{\sqrt{2}}t + \frac{\pi}{4}) \quad (4)$$

Далее, найдем  $h^B(t) - h^A(t) = \Delta h^{BA}(t)$ . Это позволит нам сразу увидеть разницу между двумя схемами.

$$W^B(p) - W^A(p) = \Delta W^{BA}(p) = \frac{-\frac{l_1}{l_{int}}p}{T_2^2 p^2 + \sqrt{2}T_2 p + 1}$$

$$\Delta H^{BA}(p) = \frac{-\frac{l_1}{l_{int}}}{T_2^2 p^2 + \sqrt{2}T_2 p + 1}$$

Аналогично, пользуясь формулой (3), получим, что

$$\Delta h^{BA}(t) = \frac{-\frac{l_1}{l_{int}}\omega_2}{j\sqrt{2}} * e^{\left(-\frac{\omega_2}{\sqrt{2}} + j\frac{\omega_2}{\sqrt{2}}\right)t} - \frac{-\frac{l_1}{l_{int}}\omega_2}{j\sqrt{2}} * e^{\left(-\frac{\omega_2}{\sqrt{2}} - j\frac{\omega_2}{\sqrt{2}}\right)t}$$

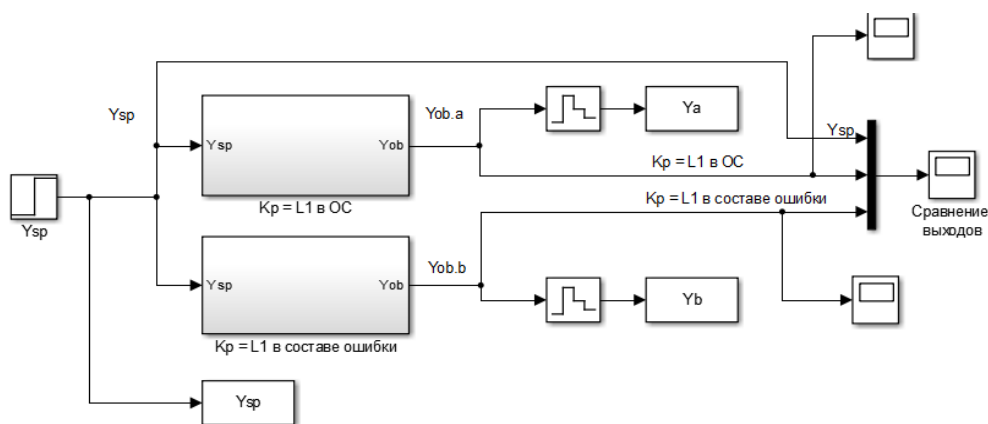
$$\Rightarrow \Delta h^{BA}(t) = \sqrt{2} * \frac{-l_1}{l_{int}}\omega_2 * e^{-\frac{\omega_2}{\sqrt{2}}t} * \sin(\frac{\omega_2}{\sqrt{2}}t)$$

На основании проведенных математических расчетов можно сделать вывод, что в схеме, содержащей  $k_p$  в составе ошибки, возникает эффект дифференцирования:

$l_1 + \frac{-l_{int}}{p} = \frac{l_1 * p + (-l_{int})}{p}$ . Кроме того, в передаточной функции замкнутой системы появляется

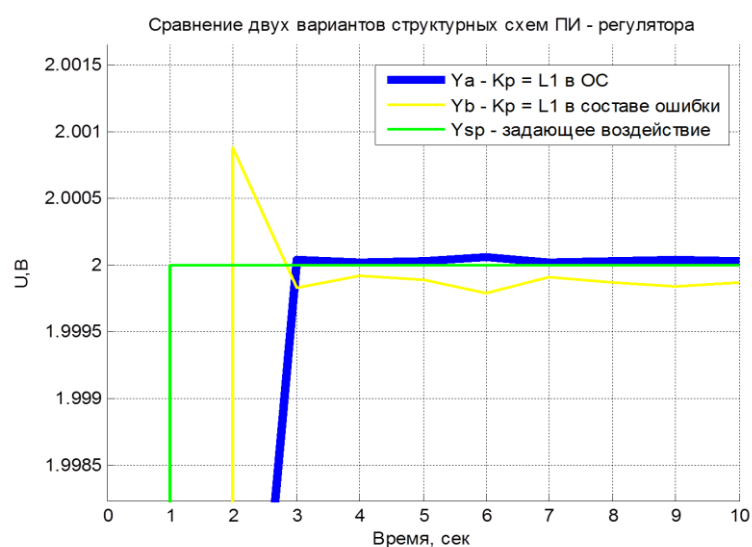
нуль  $\frac{-l_{int}}{l_1}$ . Именно это и ухудшает качество обработки командного сигнала.

Для наглядной иллюстрации результатов была собрана модель, отображающая работу двух интеграторов (Рис.3.). Структурные схемы ПИ – регулятора с  $k_p = L_1$  в составе обратной связи и ПИ – регулятора с  $k_p = L_1$  в составе ошибки представлены выше, на рис.1. и рис.2. соответственно.



**Рис.3. Система, собранная с помощью пакета Simulink программы Matlab.**

Результаты моделирования представлены на рис.4.



**Рис.4. Результат моделирования системы.**

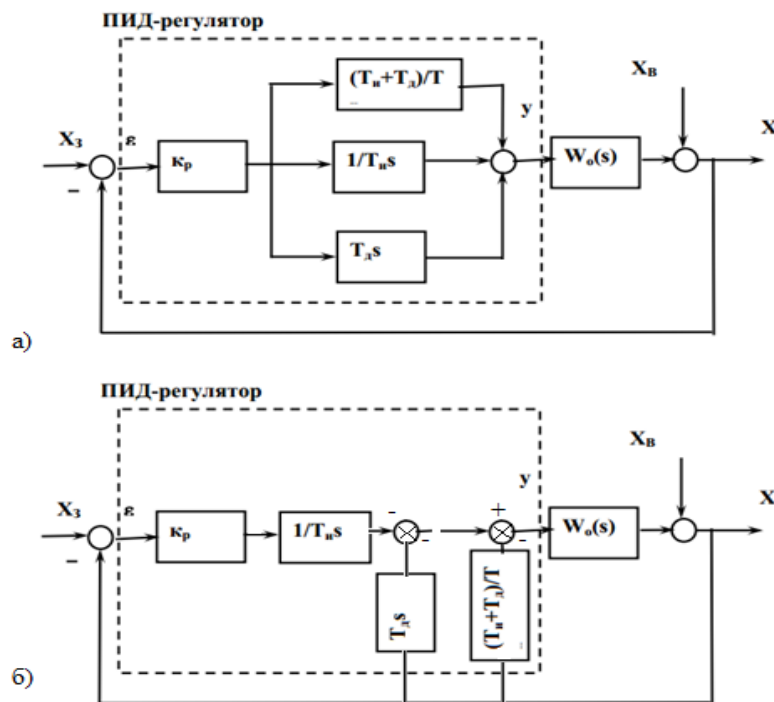
Анализируя рисунок 4, можно заметить, что в случае, когда используется схема с  $k_p$  в составе ошибки, возникает перерегулирование, равное около 0,164 В, что составляет 8% от заданного уровня сигнала. В свою очередь ПИ – регулятор с  $k_p$  в обратной связи имеет нулевую статическую ошибку, что практически доказывает, что расположение параметров регулятора оказывает непосредственное воздействие на качество процессов.

Все выше сказанное, относится и к ПИД – регуляторам. Сделаем небольшой обзор вариантов структурных схем ПИД-регуляторов.

Общим для классических вариантов является то, что сначала формируется ошибка, а уже далее эта ошибка превращается в пропорциональную, интегральную и дифференциальную составляющие выхода регулятора (Рис.5. а.).

В отличие от такого подхода, в процессе использования для создания системы управления методов модального синтеза с последующей реализацией результатов для

построения эквивалентного ПИ-регулятора, мы сталкиваемся с другим вариантом структурной схемы, где ошибка обработки выходом объекта командного сигнала подаётся только на интегратор. А так называемый коэффициент  $K_p$ , полученный как элемент матрицы обратной связи, организует участие выхода объекта в выходе регулятора независимо от ошибки  $\varepsilon$ .



**Рис.5. а) Классическая структура ПИД – регулятора, б) Модернизированная схема ПИД – регулятора**

#### **Список использованных источников:**

1. Основы теории автоматического управления. Часть 1: Линейные непрерывные системы управления: Учебное пособие / Е.Э.Страшинин. Екатеринбург: УГТУ-УПИ, 2000. 214 с. ISBN 5-230-06490-0
2. <http://autoworks.com.ua/teoreticheskie-svedeniya/pi-regulyator/>
3. <http://rn-wissen.de/>
4. Skript zur Vorlesung Regelungstechnik von Prof. Dr.-Ing. Jens Onno Krah, Fakultät für Informations-, Medien- und Elektrotechnik
5. Grundlagen der Regelungstechnik, Skript zur Vorlesung, Stand: 06.10.2011